

Sheffield Winter Garden

Voor elke waarde van k met $k > 0$ wordt de functie f_k gegeven door:

$$f_k(x) = \frac{1}{2k}(e^{kx} + e^{-kx})$$

De grafiek van f_k wordt een **kettinglijn** genoemd.

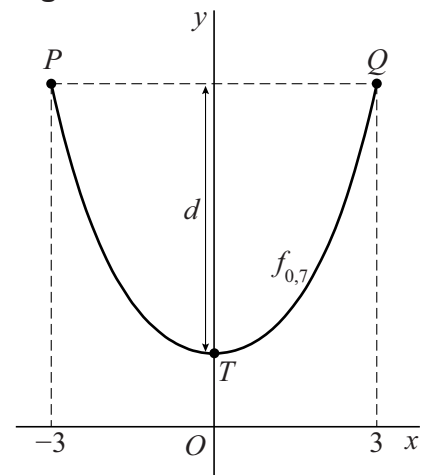
Op de grafiek van f_k worden twee punten P en Q met gelijke y -coördinaat gekozen. De lengte van het deel van de kettinglijn tussen P en Q noemen we l . De top T van de kettinglijn ligt op de y -as. De afstand van T tot de horizontale lijn PQ noemen we d . Zie figuur 1.

$$\text{Er geldt: } k = \frac{8d}{l^2 - 4d^2}$$

In figuur 1 is voor $k = 0,7$, $x_P = -3$ en $x_Q = 3$ het bijbehorende deel van de kettinglijn getekend.

- 4p 10 Bereken voor de situatie van figuur 1 de lengte van het deel van de kettinglijn tussen P en Q . Rond je eindantwoord af op twee decimalen.

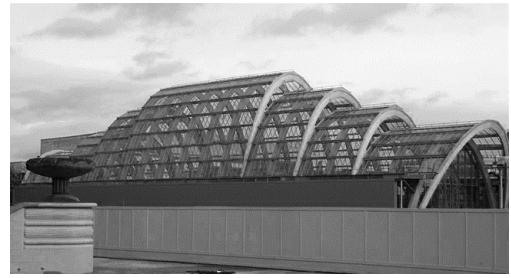
figuur 1



Als het deel van de grafiek van f_k tussen P en Q wordt gespiegeld in de x -as en vervolgens omhoog wordt geschoven, ontstaat een boog.

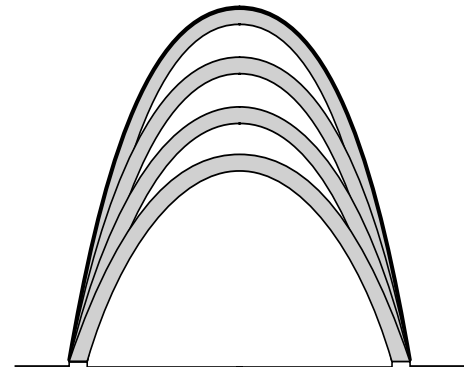
Bij de bouw van de Sheffield Winter Garden, een in 2003 geopende plantenkas, is gebruikgemaakt van dergelijke bogen. Zie de foto.

foto



De ontwerpers hebben een tekening gemaakt van het vooraanzicht van het gebouw. Dit vooraanzicht bestaat uit acht bogen. Zie figuur 2. In de rest van deze opgave kijken we naar de grootste boog. Deze boog is in figuur 2 dikker gedrukt.

figuur 2



Voor de grootste boog in deze tekening geldt:

- de lengte van de boog is 49,63 meter;
- het hoogste punt van de boog bevindt zich 20,51 meter boven de grond.

Bij deze grootste boog gaan we een functievoorschrift opstellen. We kiezen daartoe een assenstelsel waarbij de x -as door de onderste punten van de boog gaat en de top van de boog op de y -as ligt. De eenheden langs de assen zijn meters.

In dit assenstelsel wordt de boog weergegeven door de grafiek van een functie h .

De grafiek van deze functie h ontstaat door de grafiek van een functie f_k te spiegelen in de x -as en de beeldgrafiek vervolgens omhoog te schuiven.

Er is precies één waarde van k waarvoor de beeldgrafiek de juiste lengte en hoogte heeft.

- 5p 11 Stel een functievoorschrift op van h . Rond de getallen in je eindantwoord af op twee decimalen.